

Unterrichtsplanung

Fach: Mathematik

Klasse: 9

Autor: Helmut Kohorst, Lemgo, Mai 2001

Thema der Unterrichtsreihe: Ähnlichkeit: Zentrische Streckung, Strahlensätze und Ähnlichkeitslehre

Thema der ersten beiden Unterrichtsstunden:

Einführung in das Thema „Zentrische Streckung und Strahlensätze“ anhand eines Anwendungsproblems und seiner experimentellen Lösung mit Geonet, einem Programm zur Dynamischen Geometrie.

Ziele der ersten beiden Unterrichtsstunden

im kognitiven Bereich:

Die Schülerinnen und Schüler sollen

- das Einstiegsproblem „Maibaumhöhe“ durch eine passende, angemessen beschriftete (nicht maßstabsgerechte) Skizze modellieren und damit mathematisieren,
- mithilfe einer entsprechenden und vorgegebenen Geonet-Konstruktion die Lösung experimentell ermitteln,
- die Richtigkeit der Lösung mithilfe der an den eingeblendeten Längenmaßen erkennbaren Gleichungen $\frac{\overline{SP'}}{\overline{SP}} = \frac{\overline{SQ'}}{\overline{SQ}} = \frac{\overline{P'Q'}}{\overline{PQ}} = k$ bzw. $\overline{SP'} = k \cdot \overline{SP}$, $\overline{SQ'} = k \cdot \overline{SQ}$ und $\overline{P'Q'} = k \cdot \overline{PQ}$ begründen,
- anhand einer zweiten, variablen Geonet-Konstruktion die bisher getroffenen Aussagen bzgl. der Streckenverhältnisse und Winkel verallgemeinern

im affektiven Bereich:

Die Schülerinnen und Schüler sollen bereit sein,

- in den Phasen der Kleingruppenarbeit am Rechner konstruktiv mit ihren Partnerinnen und Partnern zusammenzuarbeiten,
- ihr Vorgehen und ihre Ergebnisse vorne am Lehrer-Rechner der Klasse verständlich zu präsentieren,
- den Computer als Medium zur Entdeckung von Zusammenhängen zu nutzen.

Methodisch-didaktische Überlegungen zur Unterrichtsreihe und zu den ersten beiden Unterrichtsstunden

In einer Unterrichtsreihe zum Thema „Zentrische Streckung, Strahlensätze, Ähnlichkeit“ stellen diese drei Begriffe im Grunde nur verschiedene Sichtweisen auf den gleichen Sachverhalt dar. Dem Aufbau des Lehrbuches Klett: Lambacher-Schweizer Bd.9 folgend werde ich die Zentrische Streckung zuerst einführen und die Strahlensätze sowie die Ähnlichkeitslehre später auf diese Abbildung zurückführen.

Zwei Überzeugungen bilden den Ausgangspunkt für wesentliche methodisch-didaktische Entscheidungen für die heutige Stunde und die folgende Unterrichtsreihe:

1. Anwendungsprobleme gehören an den Anfang, denn sie sind der Ausgangspunkt für die Erschaffung von Mathematik. Nur ihre Lösung vermag von der Nützlichkeit von Mathematik zu überzeugen. Rein innermathematische Untersuchungen finden – jedenfalls für Nicht-Mathematiker, wie Schülerinnen und Schüler es in der Regel sind, – nur hier ihre Legitimation.

2. Bücher bzw. Papier sind statische Medien, sie machen die Dynamik einer Abbildung nicht wirklich deutlich. Dies motiviert eindrücklich und begründet hinreichend den Einsatz eines Werkzeuges zur Dynamischen Geometrie. Dabei habe ich mich insbesondere aus folgendem Grunde für GEONET entschieden:

Beim Einsatz eines solchen Werkzeuges müssen die Mathematik selbst und das Erlebnis der Dynamik eindeutig Vorrang haben vor dem „Erlernen des Programms“. Daher erscheint es mir sinnvoll und legitim, die zahlreichen üblicherweise von dynamischen Geometrieprogrammen angebotenen Werkzeuge zur Erstellung eigener Experimentierumgebungen – zumindest bei der ersten Begegnung mit einer solchen Software – vollständig auszublenden und fertige, „nackte“ Experimentierumgebungen zur Verfügung zu stellen. So können sich die Schülerinnen und Schüler gleich auf das inhaltlich Wesentliche konzentrieren und werden nicht von zahlreichen „Klickangeboten“ abgelenkt.

Diese Möglichkeit des „Ausblendens der Werkzeuge“ habe ich nur bei Geonet gefunden, nicht aber bei „Cabri Geometre“, „DynaGeo“ (ehemals „Euklid“) oder auch „Zirkel & Lineal“, von denen im übrigen auch nur Cabri Geometre an der Schule verfügbar ist.

Ferner sprach für die Verwendung von Geonet, dass es kostenlos erhältlich und verwendbar ist (d.h. auch an häuslichen Schülerarbeitsplätzen), in jedem der heute gängigen Java-fähigen Browser „läuft“ und daher i.d.R. keine aufwändigen Installationen erfordert. Das Java-Applet „Geonet.jar“ kann unter <http://did.mat.uni-bayreuth.de/geonet/> aus dem Internet bezogen und auf die eigene Festplatte oder Diskette kopiert werden. (Dort finden sich auch Quelltext, Anleitung und Materialien). Experimentierumgebungen wie die für diese Unterrichtsreihe von mir erstellten sind dann lediglich HTML-Skripte, die mithilfe der Geonet-Werkzeuge oder auch durch vergleichsweise einfache HTML-Programmierung erzeugt werden können und bei ihrem Aufruf vom Java-Programm interpretiert werden. Möglich wäre damit auch die Einbindung in „normale“ HTML-Seiten wie die von mir erstellten Arbeitsblätter, jedoch habe ich von einer solchen Integration abgesehen, um die Aktivitäten der Schülerinnen und Schüler während des Unterrichts besser steuern zu können.

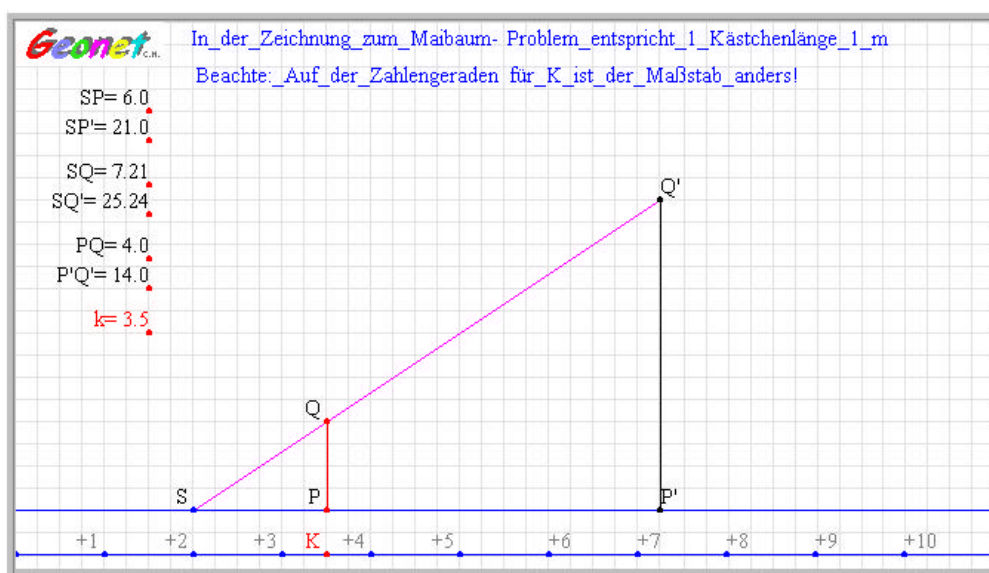
Die genannten Vorteile wiegen m.E. den Nachteil durchaus auf, dass in Geonet leider Strecken nicht wie im eingeführten Lehrbuch mit \overline{AB} bezeichnet werden können.

Die Entscheidung für den Einsatz eines dynamischen Geometrie-Programms im Mathematikunterricht bedeutet allerdings auch einen nicht unerheblichen organisatorischen Mehraufwand: Aus dem Computerraum müssen oft andere Lerngruppen „ausgesiedelt“ werden, der Unterricht findet nicht in der normalen Umgebung „Klassenraum“ in der dort üblichen Sitzordnung statt, aufgrund der Klassengröße wird es im zusätzlich zu bestuhlenden Computerraum sehr eng, z.T. werden 3 Schüler(innen) sich einen Arbeitsplatz teilen müssen, und schließlich kann die Netzwerkinstallation von Netscape 4.7 an unserer Schule trotz korrekter Einstellungen keine Java-Applets starten, so dass zusätzlich lokale Installationen notwendig wurden – zumindest in der näheren Zukunft werden die äußeren Bedingungen für einen solchen Unterricht trotz aller Bemühungen keineswegs optimal sein.

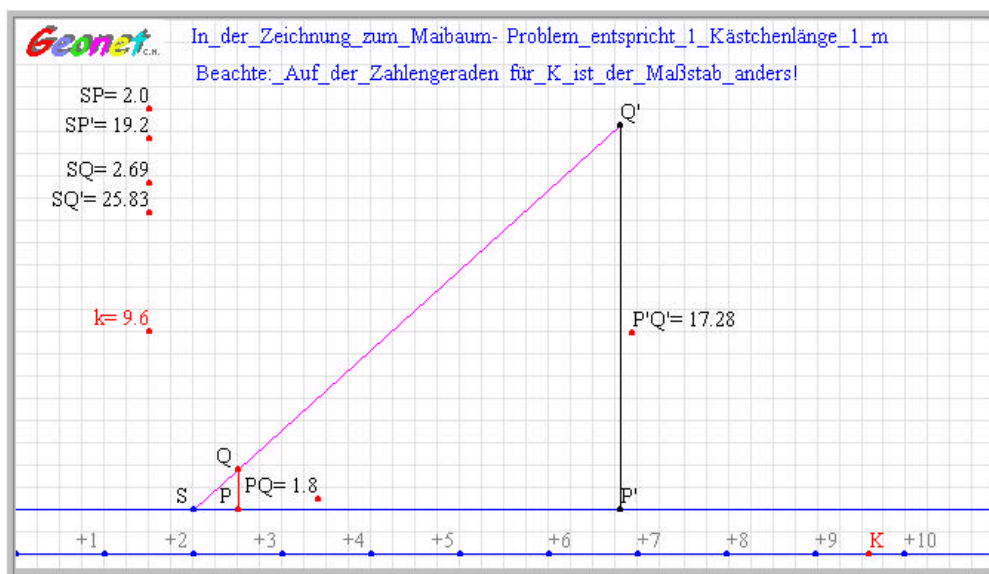
Phase 1: Das Maibaum-Problem und seine experimentelle Lösung

Das von mir vorgestellte Einstiegsproblem erfordert als erstes eine Mathematisierung, i.e. die Erstellung eines geeigneten mathematischen Modells, eine Aufgabe, die die Schülerinnen und Schüler zunächst durch Erstellen und Beschriften einer passenden (nicht maßstabsgerechten) Skizze lösen sollen (Arbeitsblatt 1 Aufgabe 1). Hier zeigen sich Problemverständnis und Abstraktionsfähigkeit. Es erscheint mir wichtig, diese Phase der folgenden Arbeit mit der entsprechenden Geonet-Konstruktion voranzustellen und auch das Ergebnis ausführlich an der Tafel zu besprechen, da solche Mathematisierungsprozesse von Schülerinnen und Schülern oft als besonders schwierig empfunden werden. Nötigenfalls kann hier ein „Nachstellen“ der Situation weiterhelfen. Hinzu kommt, dass ihnen dynamische Geometrieprogramme bisher gänzlich unbekannt sind. Wenigstens die Zeichnung sollten sie daher schon kennen, wenn sie das erste Mal eine Geonet-Experimentierumgebung öffnen.

Das Arbeitsblatt 1 enthält zwar eine kurze Anleitung zum Umgang mit der Konstruktion, dennoch halte ich zunächst eine kurze Lehrerdemonstration für sinnvoll, bevor die Schülerinnen und Schüler die weiteren Aufgaben des Arbeitsblattes in ihren Kleingruppen selbstständig bearbeiten.



Angestrebt ist, dass dabei experimentell die folgende Lösung gefunden wird.



Besonders wichtig ist in diesem Zusammenhang die durch die Aufgabe 4 vorbereitete Sicherung durch einen entsprechenden Schülervortrag, in dem zunächst das Vorgehen und die Ergebnisse präsentiert werden. Dabei geht es insbesondere auch um eine angemessene und verständliche Verbalisierung der eigenen Entdeckungen.

Zur Vertiefung kann hier bei Bedarf meine Frage dienen:

„Warum ist die experimentell gefundene Lösung (17,28 m) tatsächlich richtig?“

Eine mögliche und durch die Geonet-Umgebung nahegelegte Argumentation ergibt sich dabei aus der beim Experimentieren gemachten Beobachtung (vgl. Aufgabe 2 des Arbeitsblattes 1), dass für jede Einstellung der Punkte P , Q und K die Strecken $\overline{SP'}$, $\overline{SQ'}$, $\overline{P'Q'}$ offenbar immer k -mal so lang sind wie die Strecken \overline{SP} , \overline{SQ} , \overline{PQ} („Zentrische Streckung“) oder, in der Formulierung der Strahlensätze ausgedrückt, offenbar stets die Beziehung $\overline{SP'}/\overline{SP} = \overline{SQ'}/\overline{SQ} = \overline{P'Q'}/\overline{PQ} = k$ gilt. Unterstellt man nun, dass diese Beobachtung tatsächlich allgemeingültig ist, dann kann man aus $k = \overline{SP'}/\overline{SP} = 19,2 : 2 = 9,6$ die Lösung errechnen zu $\overline{P'Q'} = k \cdot \overline{PQ} = 9,6 \cdot 1,8 = 17,28$.

Ein Problem könnte sich hier und im weiteren Verlauf der Stunde daraus ergeben, dass es sich, wie die oben und unten eingefügten Abbildungen zeigen, bei den ausgegebenen Längen und Winkeln um auf 2 Nachkommastellen gerundete Werte handelt. Sollte dies im Unterricht thematisiert werden (etwa: „Die Gleichung $\overline{SQ'} = k \cdot \overline{SQ}$ stimmt ja gar nicht genau!“), so muss ein entsprechender Hinweis von mir den Sachverhalt klären. Den Schülerinnen und Schülern sind solche Rundungseffekte ja von ihrem Taschenrechner her durchaus bekannt, und eine (in Geonet durchaus mögliche) höhere Ausgabegenauigkeit ändert am grundsätzlichen Problem bzw. Effekt nichts.

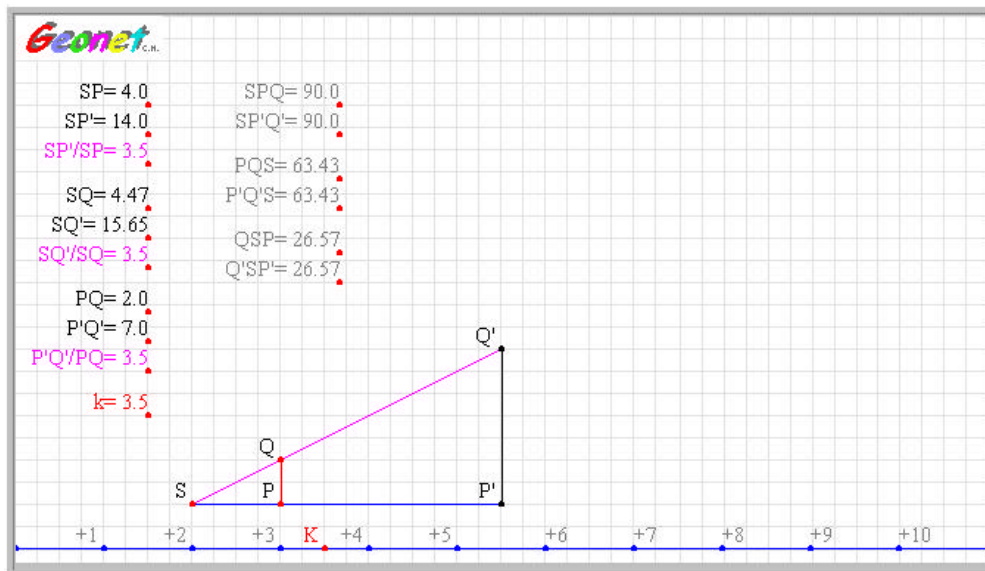
Im Hinblick auf möglicherweise wichtige Voraussetzungen für die o.g. Gleichungen können die Schülerinnen und Schüler formulieren, dass bei allen durch ihre Experimente entstandenen Figuren der Winkel zwischen den Geraden SP und SQ stets zwischen 0° und 90° betrug und die Geraden PQ und $P'Q'$ stets senkrecht auf der Geraden SP standen und damit parallel blieben.

Unter dieser Voraussetzung könnten die Schülerinnen und Schüler alternativ auch feststellen, dass durch die gemeinsame Schattengrenze S und den schattenbildenden Sonnenstrahl, also die Gerade durch Q' , Q und S , die Maibaum-Höhe eindeutig festgelegt ist, dass sich die (natürlich eindeutige) Steigung m dieser Geraden als Quotient aus den Katheten der beiden Steigungsdreiecke zu $m = \overline{PQ}/\overline{SP} = 1,8 : 2 = 0,9 = \overline{P'Q'}/\overline{SP'}$ ergibt, und dass aus diesem Grunde $\overline{P'Q'} = m \cdot \overline{SP'} = 0,9 \cdot 19,2 = 17,28$ sein muss.

Dieser Beweis ist zwar in der Tat lückenlos, er greift aber zurück auf Kenntnisse, die in der Jgst.7 erworben wurden (proportionale Zuordnungen). Es ist daher zweifelhaft, ob die Schülerinnen und Schüler selbständig auf diesen Beweis kommen werden, und er soll auch von mir nur bei entsprechenden Schülervorschlägen thematisiert werden. Dass dieser Gedankengang im übrigen auch nicht mehr so einfach „funktioniert“, wenn man verallgemeinernd auf die rechten Winkel verzichtet und sich statt des Marktplatzes einen Berghang, statt des Maibaums ein Gipfelkreuz und statt des Physikers einen Wanderer vorstellt, der bei seinem Aufstieg dem Gipfelkreuz so nahe gekommen ist, dass sein Schattenende mit dem des Gipfelkreuzes zusammenfällt, wird eine entsprechende Skizze an der Tafel schnell zeigen können.

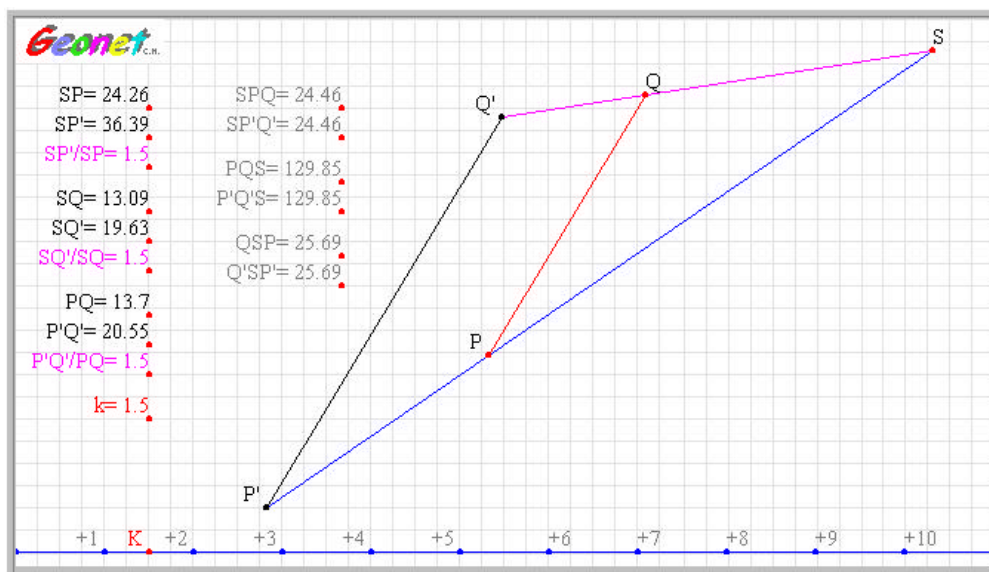
Phase 2: Verallgemeinerung der Beobachtungen

Solche und andere Verallgemeinerungen können an der vom Arbeitsblatt 2 aus zugänglichen zweiten Geonet-Experimentierumgebung spielerisch untersucht werden:



„Was ändert sich dadurch, dass hier die Punkte P , Q und S ganz frei beweglich sind, und welche Beobachtungen aus den Experimenten zum Maibaum-Problem bleiben weiterhin gültig?“

Die folgende Abbildung zeigt beispielhaft eines der möglichen Experimente:



Zur sichernden Auswertung dieser zweiten Experimentier- und Arbeitsphase werden – wieder im Zusammenhang mit einem Schülervortrag – die entsprechenden Beobachtungen an der Tafel gesammelt und dabei Gemeinsamkeiten und Unterschiede im Vergleich mit den Experimenten zum Maibaum-Problem festgestellt und formuliert:

Die Konstanz des Streckenverhältnisses $k > 0$, also $\overline{SP'} = k \cdot \overline{SP}$, $\overline{SQ'} = k \cdot \overline{SQ}$ und $\overline{P'Q'} = k \cdot \overline{PQ}$, scheint wieder für alle drei Streckenpaare zu gelten. Da offenbar gleichliegende Winkel stets gleichgroß sind, müssen auch hier wieder die Verbindungsstrecken bzw. -geraden PQ und P'Q' stets parallel sein. Dieses Phänomen ergibt sich offenbar bei beliebigen Parametern $k > 0$ und bei beliebigen Lagen von P , Q und S . Beim Maibaum-Experiment war lediglich anders, dass alle Winkel immer ihre ursprüngliche Größe behielten.

Zwar reicht die Zeit in dieser Stunde sicher nicht mehr, um zu erarbeiten, dass hinter den benutzten Geonet-Experimentierumgebungen als Programm die Konstruktionsvorschrift der Abbildung „Zentrische Streckung“ steht und wie diese neue Abbildung exakt zu definieren ist, so dass die Formulierung der Minimalvoraussetzungen, unter denen die oben getroffenen Feststellungen gelten, noch nicht exakt möglich ist. Anhand der Information, wie ich die Geonet-Experimentierumgebungen programmiert habe, soll und muss dieses in der nächsten Stunde ergänzt werden (Definition der Zentrischen Streckung), bevor es dann darum gehen kann, wie aus der getroffenen Definition die genannten Eigenschaften gefolgert und als Sätze formuliert werden können.

Andererseits haben die Schülerinnen und Schüler jedoch bereits die Bedeutung dieser neuen Abbildung in einem typischen Kontext (Vermessung) erfahren und ihre wesentlichen Eigenschaften viel eindrucksvoller kennengelernt, als das lediglich mit Papier und Zeichengerät möglich ist. Beide Strahlensätze sind (jedenfalls für den Fall positiver Streckfaktoren) im Grunde bereits entdeckt worden – wenn auch noch nicht unter diesem Namen. Bei der weiteren Behandlung der Themen „Zentrische Streckung, Strahlensätze und Ähnlichkeit“ werden die Schülerinnen und Schüler sicher davon profitieren können, auch wenn uns der Computerraum im Mathematikunterricht nicht immer zur Verfügung stehen wird.

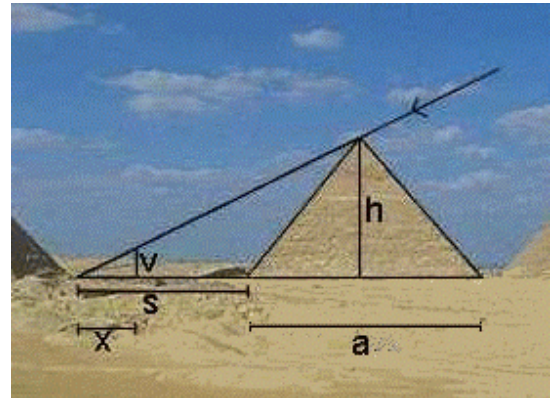
Geplanter Verlauf der ersten Stunde

Phase	Inhalt	U-Form	Medien
Motivation, Problemaufwurf	Das „Maibaum-Problem“	Lehrerimpuls	
Erarbeitung 1	Mathematisierung des Maibaum-Problems durch Erstellung einer passenden (nicht maßstabsgerechten) beschrifteten Skizze	Einzelarbeit	Arbeitsblatt 1 Aufgabe 1, Hefte
Sicherung 1	Erstellung der Skizze an der Tafel, ggf Korrektur in den Heften	Schülervortrag	Tafel Hefte
Motivation 2	Vorstellung der passenden ersten Geonet-Experimentierumgebung	kurzer Lehrervortrag	Lehrerrechner, Beamer
Erarbeitung 2	Bearbeitung der Aufgaben 2 – 5	Partner- bzw. Kleingruppenarbeit	Arbeitsblatt 1, Schülerrechner, Geonet-Umgebung 1
Sicherung 2	Präsentation des Vorgehens und der Ergebnisse	Schülervortrag	Lehrerrechner, Beamer
Problem-vertiefung	Warum ist die experimentell gefundene Lösung (17,28 m) tatsächlich richtig?	Lehrerimpuls	
Erarbeitung 3	Erarbeitung der mathematischen Eigenschaften der ersten Geonet-Konstruktion: 1. Formulierung der Vermutung, dass stets gilt: $\overline{SP'} = k \cdot \overline{SP}$, $\overline{SQ'} = k \cdot \overline{SQ}$ und $\overline{P'Q'} = k \cdot \overline{PQ}$ bzw. $\overline{SP'} / \overline{SP} = \overline{SQ'} / \overline{SQ} = \overline{P'Q'} / \overline{PQ} = k$ 2. Formulierung möglicherweise wichtiger Voraussetzungen: „Stets schneiden sich SP und SQ in spitzem Winkel, und stets stehen PQ und P'Q' senkrecht auf SP.“	U-Gespräch	Lehrerrechner, Beamer, Tafel, Hefte
Sicherung 3	Übernahme der Ergebnisse in's Heft		Tafel, Hefte
Hausaufgabe:	Wie hoch ist die Cheops-Pyramide?		Arbeitsblatt 3

Arbeitsblatt 3

Hausaufgabe: Wie hoch ist die Cheops-Pyramide?

Scheint die Sonne frontal auf eine Seite der Cheops-Pyramide, so wirft die Pyramide einen Schatten der Länge s . Hält man einen Stock mit bekannter Höhe v so in diesen Schatten, dass dessen Schatten der Länge x genau mit dem Schatten der Pyramide aufhört, so kann bei einer bekannten Kantenlänge a der Pyramidengrundfläche deren Höhe h berechnet werden.



- a) Erstelle in deinem Heft eine entsprechende Skizze und beschrifte sie! Notiere Gemeinsamkeiten und Unterschiede mit der Skizze zum Maibaum-Problem!
- b) Berechne die gesuchte Höhe h der Cheopspyramide aus den Maßen $s = 2,07$ m, $x = 0,8$ m, $a = 230,38$ m, $v = 1$ m !

Nur zum Vergleich: Die Lösung ist: Höhe 146,60 m

- c) Stelle eine Formel zur Berechnung von h auf, die man auch für andere Pyramiden mit anderen Maßangaben für a , s , x und v verwenden könnte !

Geplanter Verlauf der zweiten Stunde

Phase	Inhalt	U-Form	Medien
Einstieg	Besprechung der Hausaufgabe und Wiederholung des Gedankengangs der ersten Stunde	Schülervorträge	Lehrerrechner, Beamer, Tafel, Hefte
Problem-erweiterung	Sind die oben formulierten Bedingungen wirklich notwendige Voraussetzungen? Vorstellung der zweiten (weitaus variableren) Geonet-Experimentierumgebung	Lehrerimpuls	Lehrerrechner, Geonet-Umgebung 2, Beamer
Erarbeitung	Erarbeitung der mathematischen Eigenschaften der zweiten Geonet-Konstruktion	Partner- bzw. Kleingruppenarbeit	Arbeitsblatt 2, Schülerrechner, Hefte
Sicherung	Präsentation des Vorgehens und der Ergebnisse: 1. Formulierung der Vermutung, dass auch hier stets gilt: $\overline{SP'} = k \cdot \overline{SP}$, $\overline{SQ'} = k \cdot \overline{SQ}$ und $\overline{P'Q'} = k \cdot \overline{PQ}$ bzw.. $\overline{SP'}/\overline{SP} = \overline{SQ'}/\overline{SQ} = \overline{P'Q'}/\overline{PQ} = k$ 2. Formulierung der Vermutung, dass stets gleichliegende Winkel gleichgroß sind. 3. Prüfung der Bedeutung der oben vermuteten möglichen Voraussetzungen 4. Übernahme der Ergebnisse in's Heft	Schülervortrag und ggf. U-gespräch	Lehrerrechner, Beamer Tafel, Hefte

Anmerkung:

Bei besonders zügigem Verlauf kann es gelingen, die hier für die zweite Stunde geplante Problemerkweiterung bzw. Verallgemeinerung bereits in der ersten Stunde zu bearbeiten. Die oben geplante Hausaufgabe ist aber auch in diesem Falle geeignet. Einen möglichen Fortgang der Unterrichtsreihe habe ich im folgenden Anhang 1 skizziert.

Der Anhang 2 enthält die vollständigen HTML-Skripte der benutzten Geonet-Experimentierumgebungen.

Literatur:

Universität Bayreuth, Lehrstuhl für Mathematik und ihre Didaktik:

GEONET – und die Geometrie lebt; <http://did.mat.uni-bayreuth.de/geonet/> [15.05.2001]

Schmid / Weidig (Hrsg.): Lambacher-Schweizer Ausgabe NRW, Band 9, Ernst Klett Schulbuchverlag GmbH, Stuttgart 1996

Kultusministerium NRW (Hrsg.): Richtlinien und Lehrpläne Mathematik, Gymnasium Sekundarstufe I, Verlagsgesellschaft Ritterbach mbH, Frechen 1993

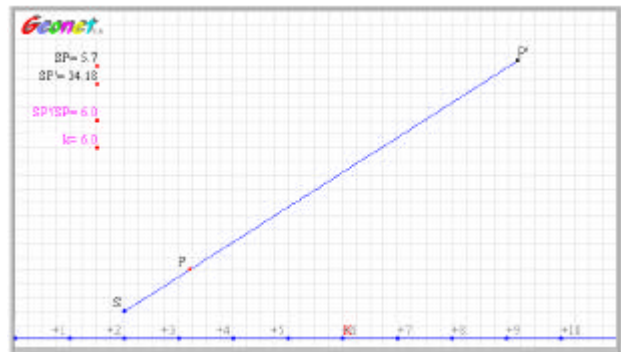
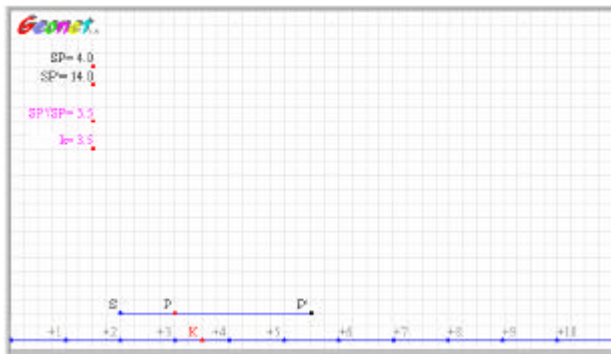
StRef Keßelring (Betreuer) mit Schülerinnen und Schülern der Jgst. 8-10 des Friedrich-Alexander-Gymnasiums in Neustadt/Aisch : Projekt „Mathe mit Pyramiden“ ;

<http://www.nea.shuttle.de/nea/fag/pyr/pyramid/gruppe1/page.htm>, insbesondere
<http://www.nea.shuttle.de/nea/fag/pyr/pyramid/gruppe1/oss.htm> [17.05.2001]

Anhang 1: Ausblick auf den geplanten weiteren Reihenverlauf

Phase 3: Erarbeitung der Definition der Zentrischen Streckung

Die vom Arbeitsblatt 4 aus zugängliche dritte Experimentierumgebung ist sehr puristisch und enthält lediglich die Punkte S , P , P' und K , wobei K wieder auf der Zahlengeraden variiert, während P frei beweglich ist.



Das Experimentieren in dieser Umgebung führt damit unmittelbar zur Erarbeitung der Definition der Zentrischen Streckung als derjenigen Abbildung, die den beiden zuvor verwendeten Geonet-Konstruktionen zugrunde liegt. Während der Besprechung des Arbeitsblattes 4 im Plenum entsteht damit im Laufe eines Schülervortrages unmittelbar die auch im Lehrbuch (Lambacher-Schweizer, Bd.9, S.128) verwendete

Definition :

Wenn (bei positivem „Streckfaktor“ k)

1. jedem Punkt $P \neq S$ ein Bildpunkt P' auf der Halbgeraden SP so zugeordnet wird, dass $\overline{SP'} = k \cdot \overline{SP}$ ist, und wenn
2. der Punkt S (das „Zentrum“) unverändert bleibt (also „Fixpunkt“ ist),
so nennt man diese Abbildung „**Zentrische Streckung**“ und bezeichnet sie mit $Z_{S,k}$.

Nun sind sowohl Formulierung als auch Beweis des ersten Strahlensatzes möglich.

Die Formulierung und den Beweis des zweiten Strahlensatzes dagegen bereitet der folgende Satz vor:

Satz (vgl. Lehrbuch S.131/132):

1. Bei einer zentrischen Streckung ist das Bild einer Geraden g stets eine zu g parallele Gerade g' .
2. Eine zentrische Streckung $Z_{S,k}$ mit $k > 0$ bildet jede Strecke \overline{PQ} auf eine Strecke $\overline{P'Q'}$ der k -fachen Länge ab.

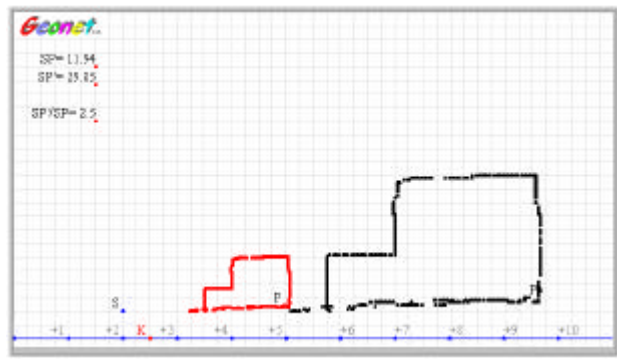
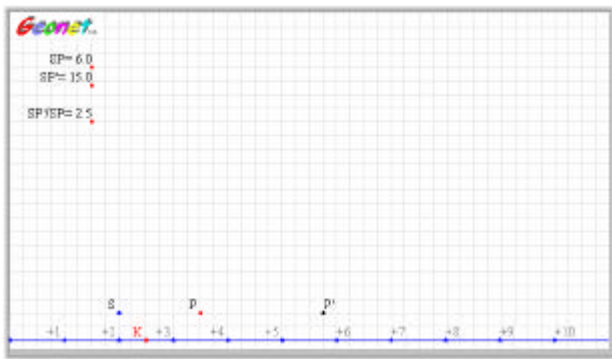
Die exakten Beweise dazu könnten dann anhand des Lehrbuchs (S. 131/132) zuhause vorbereitet und darauf aufbauend im Unterricht nachvollzogen werden, sofern die Schülerinnen und Schüler trotz der vielen Geonet-Experimente, die die Aussagen eigentlich evident machen, hier noch ein explizites Beweisbedürfnis äußern. Für wichtiger halte ich allerdings, stattdessen an dieser Stelle ihre zahlreichen, – wenn auch vielleicht bisher unbewussten – Vorerfahrungen mit der Zentrischen Streckung zu thematisieren und so wichtige Anwendungen dieser Abbildung bewusst zu machen (z.B. bei positivem k maßstabgetreue Zeichnungen, Atlas- und Wandkarten, Schattenspiele usw., bei negativem k dagegen und daher hier noch nicht ganz passend Dia- und Filmprojektor, Foto- und Filmkamera u.a. optische Geräte usw.).

Phase 4: Weitere Eigenschaften der Zentrischen Streckung

Die folgenden Abbildungen zeigen die vom Arbeitsblatt 5 aus zugänglichen drei weiteren Experimentierumgebungen und deuten den geplanten Fortgang der Unterrichtsreihe an. Jeweils geht es um die Entdeckung und Formulierung von Eigenschaften der Zentrischen Streckung sowie um wichtige Folgerungen daraus, die die Ähnlichkeitslehre vorbereiten bzw. einleiten:

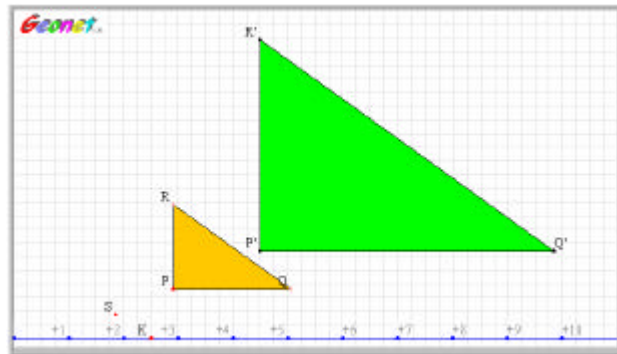
Dass proportionale Änderungen von Streckenlängen zu entsprechend proportionalen Änderungen beliebiger, auch freier Figuren führen, kann in der Experimentierumgebung 4 spielerisch erforscht werden, in der die Bewegungen der Punkte P und K in der Zeichnung „Spuren“ hinterlassen:

Die Experimentierumgebung 4 und ein Experiment:

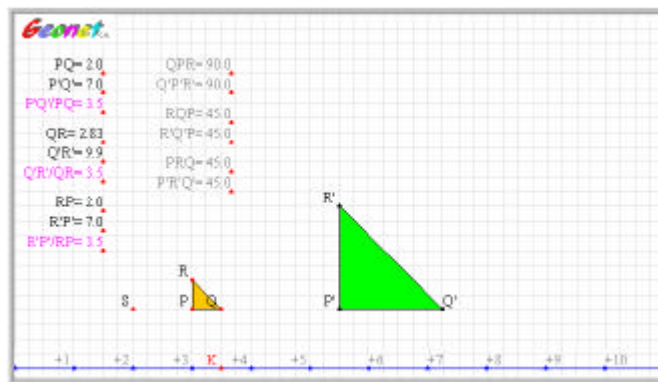


Nach diesem Beginn wird dann die Behandlung der Ähnlichkeitslehre zunächst anhand von rechtwinkligen und dann von beliebigen Dreiecken vorbereitet:

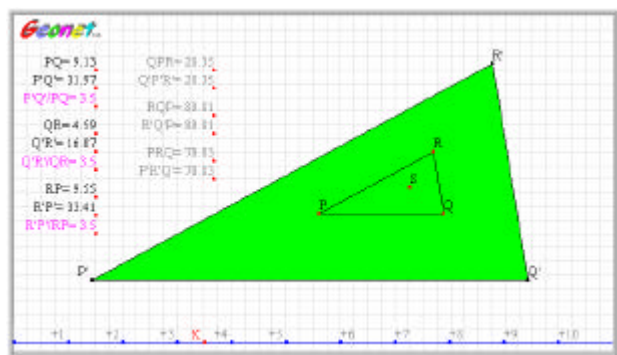
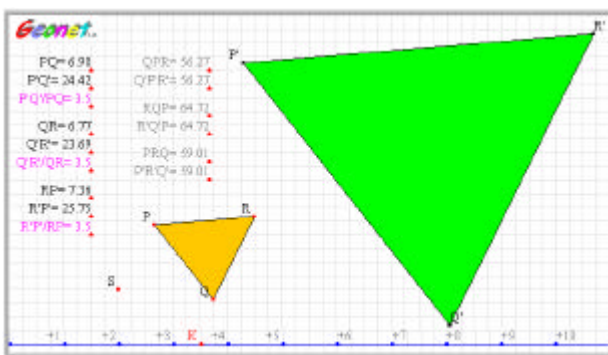
In der folgenden Experimentierumgebung 5 sind dazu die Punkte S und P frei beweglich, die Punkte Q und R dagegen nur so, dass der Winkel QPR stets 90° beträgt.



In der Umgebung 6 schließlich sind auch Q und R frei beweglich:



Zwei Experimente zeigen ihre Leistungsfähigkeit:



Auf diese Weise kann und soll den Schülerinnen und Schülern der enge Zusammenhang (es handelt sich lediglich um unterschiedliche Sichtweisen desselben geometrischen Sachverhaltes) zwischen der heute eingeführten Abbildung der Zentrischen Streckung und den darauf aufbauenden Unterrichtsreihen „Strahlensätze und Beispiele für ihre Anwendung“ sowie „Ähnlichkeit“ deutlich werden.

Anhang 2: Die HTML-Skripte zu den Geonet-Experimentierumgebungen

„abbild01.html“

```
<HTML>
<HEAD>
<TITLE>Das Maibaum-Problem</TITLE>
</HEAD>

<BODY TEXT="#000000" BGCOLOR="#FFFFFF" LINK="#008080" VLINK="#8080C0" ALINK="#0080FF">
<center>
<TABLE BORDER=2 BGCOLOR="#C0C0C0">
<TR>
<TD>

<APPLET CODE="Geonet.class" ARCHIVE="Geonet.jar" CODEBASE=. WIDTH=660 HEIGHT=370>

<PARAM NAME="background" VALUE="#FFFFFF">
<PARAM NAME="image" VALUE="gitter.gif">
<PARAM NAME="font" VALUE="Serif">
<PARAM NAME="precision" VALUE="2">

<PARAM NAME="e[1]" VALUE="X;point;free;0,360;0;0|0|1">
<PARAM NAME="e[2]" VALUE="Y;point;free;660,360;0;0|0|1">
<PARAM NAME="e[3]" VALUE="b;line;connect;X,Y;0;0;blue|0|1">

<PARAM NAME="e[4]" VALUE="A;point;free;0,330;0;0|0|1">
<PARAM NAME="e[5]" VALUE="B;point;free;660,330;0;0|0|1">
<PARAM NAME="e[6]" VALUE="c;line;connect;A,B;0;0;blue|0|1">

<PARAM NAME="e[7]" VALUE="K;point;lineSlider;b,210,360;red;red">

<PARAM NAME="e[8]" VALUE="O;point;free;0,360;gray;blue|0|1">
<PARAM NAME="e[9]" VALUE="+1;point;free;60,360;gray;blue|0|1">
<PARAM NAME="e[10]" VALUE="+2;point;free;120,360;gray;blue|0|1">
<PARAM NAME="e[11]" VALUE="+3;point;free;180,360;gray;blue|0|1">
<PARAM NAME="e[12]" VALUE="+4;point;free;240,360;gray;blue|0|1">
<PARAM NAME="e[13]" VALUE="+5;point;free;300,360;gray;blue|0|1">
<PARAM NAME="e[14]" VALUE="+6;point;free;360,360;gray;blue|0|1">
<PARAM NAME="e[15]" VALUE="+7;point;free;420,360;gray;blue|0|1">
<PARAM NAME="e[16]" VALUE="+8;point;free;480,360;gray;blue|0|1">
<PARAM NAME="e[17]" VALUE="+9;point;free;540,360;gray;blue|0|1">
<PARAM NAME="e[18]" VALUE="+10;point;free;600,360;gray;blue|0|1">

<PARAM NAME="e[19]" VALUE="S;point;free;120,330;black;blue|0|1">
<PARAM NAME="e[20]" VALUE="P;point;lineSlider;c,210,330;black;red">
<PARAM NAME="e[21]" VALUE="P';point;similar;S,P,O,+1,K;black;black">

<PARAM NAME="e[22]" VALUE="pa;line;parallel;P,b;0;0;0|0|1">
<PARAM NAME="e[23]" VALUE="sa;line;perpendicular;pa;0;0;0|0|1">

<PARAM NAME="e[24]" VALUE="Q;point;lineSlider;sa,180,270;black;red">
<PARAM NAME="e[25]" VALUE="Q';point;similar;S,P',S,P,Q;black;black">
<PARAM NAME="e[26]" VALUE="a;line;connect;P,Q;0;0;red">
<PARAM NAME="e[27]" VALUE="a';line;connect;P',Q';0;0;black">
<PARAM NAME="e[28]" VALUE="d;line;connect;S,Q';white;0;magenta">

<PARAM NAME="e[29]" VALUE="=put0,SP=;evaluation;free;90,60;black;red;0;0">
<PARAM NAME="e[30]" VALUE="=put1,SP'=;evaluation;free;90,80;black;red;0;0">
<PARAM NAME="e[31]" VALUE="=put2,SQ=;evaluation;free;90,110;black;red;0;0">
<PARAM NAME="e[32]" VALUE="=put3,SQ'=;evaluation;free;90,130;black;red;0;0">
<PARAM NAME="e[33]" VALUE="=put4,PQ=;evaluation;free;90,160;black;red;0;0">
<PARAM NAME="e[34]" VALUE="=put5,P'Q'=;evaluation;free;90,180;black;red;0;0">
<PARAM NAME="e[35]" VALUE="=put6,k=;evaluation;free;90,210;red;red;0;0">
```

```

<PARAM NAME="variable[0]" VALUE="put0.d=dist(S,P)/15">
<PARAM NAME="variable[1]" VALUE="put1.d=dist(S,P')/15">
<PARAM NAME="variable[2]" VALUE="put2.d=dist(S,Q)/15">
<PARAM NAME="variable[3]" VALUE="put3.d=dist(S,Q')/15">
<PARAM NAME="variable[4]" VALUE="put4.d=dist(P,Q)/15">
<PARAM NAME="variable[5]" VALUE="put5.d=dist(P',Q')/15">
<PARAM NAME="variable[6]" VALUE="put6.d=dist(X,K)/60">

<PARAM NAME="e[36]" VALUE="In der Zeichnung zum Maibaum-;point;free;330,20;blue;0">
<PARAM NAME="e[37]" VALUE="Problem entspricht 1 Kästchenlänge 1 m;point;free;331,20;blue;0">
<PARAM NAME="e[38]" VALUE="Beachte: Auf der Zahlengeraden;point;free;330,45;blue;0">
<PARAM NAME="e[39]" VALUE="für K ist der Maßstab anders!;point;free;333,45;blue;0">

<PARAM NAME=lang VALUE="deutsch">
</APPLET>

</TD>
</TR>
</TABLE>
</center>
</BODY>
</HTML>

```

„abbild02.html“

```

<HTML>
<HEAD>
<TITLE>Verallgemeinerung der Beobachtungen</TITLE>
</HEAD>

<BODY TEXT="#000000" BGCOLOR="#FFFFFF" LINK="#008080" VLINK="#8080C0" ALINK="#0080FF">
<center><TABLE BORDER=2 BGCOLOR="#C0C0C0">
<TR>
<TD>

<APPLET CODE="Geonet.class" ARCHIVE="Geonet.jar" CODEBASE=. WIDTH=660 HEIGHT=370>

<PARAM NAME="background" VALUE="#FFFFFF">
<PARAM NAME="image" VALUE="gitter.gif">
<PARAM NAME="font" VALUE="Serif">
<PARAM NAME="precision" VALUE="2">

<PARAM NAME="e[1]" VALUE="X;point;free;0,360;0;0|0|1">
<PARAM NAME="e[2]" VALUE="Y;point;free;660,360;0;0|0|1">
<PARAM NAME="e[3]" VALUE="b;line;connect;X,Y;0;0;blue|0|1">

<PARAM NAME="e[4]" VALUE="K;point;lineSlider;b,210,360;red;red">

<PARAM NAME="e[5]" VALUE="O;point;free;0,360;gray;blue|0|1">
<PARAM NAME="e[6]" VALUE="+1;point;free;60,360;gray;blue|0|1">
<PARAM NAME="e[7]" VALUE="+2;point;free;120,360;gray;blue|0|1">
<PARAM NAME="e[8]" VALUE="+3;point;free;180,360;gray;blue|0|1">
<PARAM NAME="e[9]" VALUE="+4;point;free;240,360;gray;blue|0|1">
<PARAM NAME="e[10]" VALUE="+5;point;free;300,360;gray;blue|0|1">
<PARAM NAME="e[11]" VALUE="+6;point;free;360,360;gray;blue|0|1">
<PARAM NAME="e[12]" VALUE="+7;point;free;420,360;gray;blue|0|1">
<PARAM NAME="e[13]" VALUE="+8;point;free;480,360;gray;blue|0|1">
<PARAM NAME="e[14]" VALUE="+9;point;free;540,360;gray;blue|0|1">
<PARAM NAME="e[15]" VALUE="+10;point;free;600,360;gray;blue|0|1">

<PARAM NAME="e[16]" VALUE="S;point;free;120,330;black;red">
<PARAM NAME="e[17]" VALUE="P;point;free;180,330;black;red">

```

```

<PARAM NAME="e[18]" VALUE="P';point;similar;S,P,O,+1,K;black;black">
<PARAM NAME="e[19]" VALUE="c;line;connect;S,P';0;0;blue">

<PARAM NAME="e[20]" VALUE="Q;point;free;180,300;black;red">
<PARAM NAME="e[21]" VALUE="Q';point;similar;S,Q,O,+1,K;black;black">
<PARAM NAME="e[22]" VALUE="d;line;connect;S,Q';0;0;magenta">

<PARAM NAME="e[23]" VALUE="e;line;connect;P,Q;0;0;red">
<PARAM NAME="e[24]" VALUE="f;line;connect;P',Q';0;0;black">

<PARAM NAME="e[25]" VALUE="=put0,SP'=;evaluation;free;90,60;black;red;0;0">
<PARAM NAME="e[26]" VALUE="=put1,SP'=;evaluation;free;90,80;black;red;0;0">
<PARAM NAME="e[27]" VALUE="=put2,SQ'=;evaluation;free;90,130;black;red;0;0">
<PARAM NAME="e[28]" VALUE="=put3,SQ'=;evaluation;free;90,150;black;red;0;0">
<PARAM NAME="e[29]" VALUE="=put4,PQ'=;evaluation;free;90,200;black;red;0;0">
<PARAM NAME="e[30]" VALUE="=put5,P'Q'=;evaluation;free;90,220;black;red;0;0">

<PARAM NAME="variable[0]" VALUE="put0.d=dist(S,P)/15">
<PARAM NAME="variable[1]" VALUE="put1.d=dist(S,P')/15">
<PARAM NAME="variable[2]" VALUE="put2.d=dist(S,Q)/15">
<PARAM NAME="variable[3]" VALUE="put3.d=dist(S,Q')/15">
<PARAM NAME="variable[4]" VALUE="put4.d=dist(P,Q)/15">
<PARAM NAME="variable[5]" VALUE="put5.d=dist(P',Q')/15">

<PARAM NAME="e[31]" VALUE="=put6,SP'/SP'=;evaluation;free;90,100;magenta;red;0;0">
<PARAM NAME="e[32]" VALUE="=put7,SQ'/SQ'=;evaluation;free;90,170;magenta;red;0;0">
<PARAM NAME="e[33]" VALUE="=put8,P'Q'/PQ'=;evaluation;free;90,240;magenta;red;0;0">
<PARAM NAME="e[34]" VALUE="=put9,k=;evaluation;free;90,270;red;red;0;0">

<PARAM NAME="variable[6]" VALUE="put6.d=dist(S,P')/dist(S,P)">
<PARAM NAME="variable[7]" VALUE="put7.d=dist(S,Q')/dist(S,Q)">
<PARAM NAME="variable[8]" VALUE="put8.d=dist(P',Q')/dist(P,Q)">
<PARAM NAME="variable[9]" VALUE="put9.d=dist(X,K)/60">

<PARAM NAME="e[35]" VALUE="=put10,SPQ'=;evaluation;free;220,60;gray;red">
<PARAM NAME="e[36]" VALUE="=put11,SP'Q'=;evaluation;free;220,80;gray;red">
<PARAM NAME="e[37]" VALUE="=put12,PQS'=;evaluation;free;220,110;gray;red">
<PARAM NAME="e[38]" VALUE="=put13,P'Q'S'=;evaluation;free;220,130;gray;red">
<PARAM NAME="e[39]" VALUE="=put14,QSP'=;evaluation;free;220,160;gray;red">
<PARAM NAME="e[40]" VALUE="=put15,Q'SP'=;evaluation;free;220,180;gray;red">

<PARAM NAME="function[0]" VALUE="a(P1,P2,P3)=(acos((((dist(P1,P3))^2-(dist(P1,P2))^2-
(dist(P2,P3))^2)/((-2)*dist(P1,P2)*dist(P2,P3))))/(2*Pi)*360;">

<PARAM NAME="variable[10]" VALUE="put10.d=a(S,P,Q);">
<PARAM NAME="variable[11]" VALUE="put11.d=a(S,P',Q');">
<PARAM NAME="variable[12]" VALUE="put12.d=a(P,Q,S);">
<PARAM NAME="variable[13]" VALUE="put13.d=a(P',Q',S);">
<PARAM NAME="variable[14]" VALUE="put14.d=a(Q,S,P);">
<PARAM NAME="variable[15]" VALUE="put15.d=a(Q',S,P');">

<PARAM NAME=lang VALUE="deutsch">
</APPLET>

</TD>
</TR>
</TABLE>
</center>
</BODY>
</HTML>

```

„abbild03.html“

```
<HTML>
<HEAD>
<TITLE>Definition der Abbildung</TITLE>
</HEAD>

<BODY TEXT="#000000" BGCOLOR="#FFFFFF" LINK="#008080" VLINK="#8080C0" ALINK="#0080FF">
<center>
<TABLE BORDER=2 BGCOLOR="#C0C0C0">
<TR>
<TD>

<APPLET CODE="Geonet.class" ARCHIVE="Geonet.jar" CODEBASE=. WIDTH=660 HEIGHT=370>

<PARAM NAME="background" VALUE="#FFFFFF">
<PARAM NAME="image" VALUE="gitter.gif">
<PARAM NAME="font" VALUE="Serif">
<PARAM NAME="precision" VALUE="2">

<PARAM NAME="e[1]" VALUE="X;point;free;0,360;0;0|0|1">
<PARAM NAME="e[2]" VALUE="Y;point;free;660,360;0;0|0|1">
<PARAM NAME="e[3]" VALUE="b;line;connect;X,Y;0;0;blue|0|1">

<PARAM NAME="e[4]" VALUE="K;point;lineSlider;b,210,360;red;red">

<PARAM NAME="e[5]" VALUE="O;point;free;0,360;gray;blue|0|1">
<PARAM NAME="e[6]" VALUE="+1;point;free;60,360;gray;blue|0|1">
<PARAM NAME="e[7]" VALUE="+2;point;free;120,360;gray;blue|0|1">
<PARAM NAME="e[8]" VALUE="+3;point;free;180,360;gray;blue|0|1">
<PARAM NAME="e[9]" VALUE="+4;point;free;240,360;gray;blue|0|1">
<PARAM NAME="e[10]" VALUE="+5;point;free;300,360;gray;blue|0|1">
<PARAM NAME="e[11]" VALUE="+6;point;free;360,360;gray;blue|0|1">
<PARAM NAME="e[12]" VALUE="+7;point;free;420,360;gray;blue|0|1">
<PARAM NAME="e[13]" VALUE="+8;point;free;480,360;gray;blue|0|1">
<PARAM NAME="e[14]" VALUE="+9;point;free;540,360;gray;blue|0|1">
<PARAM NAME="e[15]" VALUE="+10;point;free;600,360;gray;blue|0|1">

<PARAM NAME="e[16]" VALUE="S;point;free;120,330;black;blue|0|1">
<PARAM NAME="e[17]" VALUE="P;point;free;180,330;black;red">
<PARAM NAME="e[18]" VALUE="P';point;similar;S,P,O,+1,K;black;black">
<PARAM NAME="e[19]" VALUE="c;line;connect;S,P';0;0;blue">

<PARAM NAME="e[20]" VALUE="=put0,SP'=evaluation;free;90,60;black;red;0;0">
<PARAM NAME="e[21]" VALUE="=put1,SP'=evaluation;free;90,80;black;red;0;0">
<PARAM NAME="e[22]" VALUE="=put2,SP'/SP'=evaluation;free;90,120;magenta;red;0;0">
<PARAM NAME="e[23]" VALUE="=put3,k'=evaluation;free;90,150;magenta;red;0;0">

<PARAM NAME="variable[0]" VALUE="put0.d=dist(S,P)/15">
<PARAM NAME="variable[1]" VALUE="put1.d=dist(S,P')/15">
<PARAM NAME="variable[2]" VALUE="put2.d=dist(S,P')/dist(S,P)">
<PARAM NAME="variable[3]" VALUE="put3.d=dist(X,K)/60">

<PARAM NAME=lang VALUE="deutsch">
</APPLET>

</TD>
</TR>
</TABLE>
</center>
</BODY>
</HTML>
```

„abbild04.html“

```
<HTML>
<HEAD>
<TITLE>Eigenschaften der Abbildung</TITLE>
</HEAD>

<BODY TEXT="#000000" BGCOLOR="#FFFFFF" LINK="#008080" VLINK="#8080C0" ALINK="#0080FF">
<center>
<TABLE BORDER=2 BGCOLOR="#C0C0C0">
<TR>
<TD>

<APPLET CODE="Geonet.class" ARCHIVE="Geonet.jar" CODEBASE=. WIDTH=660 HEIGHT=370>

<PARAM NAME="background" VALUE="#FFFFFF">
<PARAM NAME="image" VALUE="gitter.gif">
<PARAM NAME="font" VALUE="Serif">
<PARAM NAME="precision" VALUE="2">

<PARAM NAME="e[1]" VALUE="X;point;free;0,360;0;0|0|1">
<PARAM NAME="e[2]" VALUE="Y;point;free;660,360;0;0|0|1">
<PARAM NAME="e[3]" VALUE="b;line;connect;X,Y;0;0;blue|0|1">

<PARAM NAME="e[4]" VALUE="K;point;lineSlider;b,210,360;red;red">

<PARAM NAME="e[5]" VALUE="O;point;free;0,360;gray;blue|0|1">
<PARAM NAME="e[6]" VALUE="+1;point;free;60,360;gray;blue|0|1">
<PARAM NAME="e[7]" VALUE="+2;point;free;120,360;gray;blue|0|1">
<PARAM NAME="e[8]" VALUE="+3;point;free;180,360;gray;blue|0|1">
<PARAM NAME="e[9]" VALUE="+4;point;free;240,360;gray;blue|0|1">
<PARAM NAME="e[10]" VALUE="+5;point;free;300,360;gray;blue|0|1">
<PARAM NAME="e[11]" VALUE="+6;point;free;360,360;gray;blue|0|1">
<PARAM NAME="e[12]" VALUE="+7;point;free;420,360;gray;blue|0|1">
<PARAM NAME="e[13]" VALUE="+8;point;free;480,360;gray;blue|0|1">
<PARAM NAME="e[14]" VALUE="+9;point;free;540,360;gray;blue|0|1">
<PARAM NAME="e[15]" VALUE="+10;point;free;600,360;gray;blue|0|1">

<PARAM NAME="e[16]" VALUE="S;point;free;120,330;black;blue|0|1">
<PARAM NAME="e[17]" VALUE="P;point;free;210,330;black;red|1">
<PARAM NAME="e[18]" VALUE="P';point;similar;S,P,O,+1,K;black;black|1">

<PARAM NAME="e[19]" VALUE="=put0,SP'=evaluation;free;90,60;black;red;0;0">
<PARAM NAME="e[20]" VALUE="=put1,SP'=evaluation;free;90,80;black;red;0;0">
<PARAM NAME="e[21]" VALUE="=put2,SP'/SP'=evaluation;free;90,120;black;red;0;0">

<PARAM NAME="variable[0]" VALUE="put0.d=dist(S,P)/15">
<PARAM NAME="variable[1]" VALUE="put1.d=dist(S,P')/15">
<PARAM NAME="variable[2]" VALUE="put2.d=dist(S,P')/dist(S,P)">

<PARAM NAME=lang VALUE="deutsch">
</APPLET>

</TD>
</TR>
</TABLE>
</center>
</BODY>
</HTML>
```

„abbild05.html“

```
<HTML>
<HEAD>
<TITLE>1.Dreiecks-Abbildungen</TITLE>
</HEAD>

<BODY TEXT="#000000" BGCOLOR="#FFFFFF" LINK="#008080" VLINK="#8080C0" ALINK="#0080FF">
<center><TABLE BORDER=2 BGCOLOR="#C0C0C0">
<TR>
<TD>

<APPLET CODE="Geonet.class" ARCHIVE="Geonet.jar" CODEBASE=. WIDTH=660 HEIGHT=370>

<PARAM NAME="background" VALUE="#FFFFFF">
<PARAM NAME="image" VALUE="gitter.gif">
<PARAM NAME="font" VALUE="Serif">
<PARAM NAME="precision" VALUE="2">

<PARAM NAME="e[1]" VALUE="X;point;free;0,360;0;0|0|1">
<PARAM NAME="e[2]" VALUE="Y;point;free;660,360;0;0|0|1">
<PARAM NAME="e[3]" VALUE="b;line;connect;X,Y;0;0;blue|0|1">

<PARAM NAME="e[4]" VALUE="K;point;lineSlider;b,210,360;red;red">

<PARAM NAME="e[5]" VALUE="O;point;free;0,360;gray;blue|0|1">
<PARAM NAME="e[6]" VALUE="+1;point;free;60,360;gray;blue|0|1">
<PARAM NAME="e[7]" VALUE="+2;point;free;120,360;gray;blue|0|1">
<PARAM NAME="e[8]" VALUE="+3;point;free;180,360;gray;blue|0|1">
<PARAM NAME="e[9]" VALUE="+4;point;free;240,360;gray;blue|0|1">
<PARAM NAME="e[10]" VALUE="+5;point;free;300,360;gray;blue|0|1">
<PARAM NAME="e[11]" VALUE="+6;point;free;360,360;gray;blue|0|1">
<PARAM NAME="e[12]" VALUE="+7;point;free;420,360;gray;blue|0|1">
<PARAM NAME="e[13]" VALUE="+8;point;free;480,360;gray;blue|0|1">
<PARAM NAME="e[14]" VALUE="+9;point;free;540,360;gray;blue|0|1">
<PARAM NAME="e[15]" VALUE="+10;point;free;600,360;gray;blue|0|1">

<PARAM NAME="e[16]" VALUE="S;point;free;180,210;black;red">
<PARAM NAME="e[17]" VALUE="P;point;free;240,210;black;red">
<PARAM NAME="e[18]" VALUE="P';point;similar;S,P,O,+1,K;black;black">
<PARAM NAME="e[19]" VALUE="pa;line;parallel;P,b;0;0;0|0|1">
<PARAM NAME="e[20]" VALUE="sa;line;perpendicular;pa;0;0;0|0|1">
<PARAM NAME="e[21]" VALUE="Q;point;lineSlider;pa,270,210;black;pink">
<PARAM NAME="e[22]" VALUE="R;point;lineSlider;sa,240,180;black;pink">
<PARAM NAME="e[23]" VALUE="Q';point;similar;S,P',S,P,Q;black;black">
<PARAM NAME="e[24]" VALUE="R';point;similar;S,P',S,P,R;black;black">
<PARAM NAME="e[25]" VALUE="D;polygon;triangle;P,Q,R;0;0;black;orange">
<PARAM NAME="e[26]" VALUE="D';polygon;triangle;P',Q',R';0;0;black;green">

<PARAM NAME=lang VALUE="deutsch">
</APPLET>

</TD>
</TR>
</TABLE></center>

</BODY>
</HTML>
```

„abbild06.html“

```
<HTML>
<HEAD>
<TITLE>2.Dreiecks-Abbildungen</TITLE>
</HEAD>

<BODY TEXT="#000000" BGCOLOR="#FFFFFF" LINK="#008080" VLINK="#8080C0" ALINK="#0080FF">
<center><TABLE BORDER=2 BGCOLOR="#C0C0C0">
<TR>
<TD>

<APPLET CODE="Geonet.class" ARCHIVE="Geonet.jar" CODEBASE=. WIDTH=660 HEIGHT=370>

<PARAM NAME="background" VALUE="#FFFFFF">
<PARAM NAME="image" VALUE="gitter.gif">
<PARAM NAME="font" VALUE="Serif">
<PARAM NAME="precision" VALUE="2">

<PARAM NAME="e[1]" VALUE="X;point;free;0,360;0;0|0|1">
<PARAM NAME="e[2]" VALUE="Y;point;free;660,360;0;0|0|1">
<PARAM NAME="e[3]" VALUE="b;line;connect;X,Y;0;0;blue|0|1">

<PARAM NAME="e[4]" VALUE="K;point;lineSlider;b,210,360;red;red">

<PARAM NAME="e[5]" VALUE="O;point;free;0,360;gray;blue|0|1">
<PARAM NAME="e[6]" VALUE="+1;point;free;60,360;gray;blue|0|1">
<PARAM NAME="e[7]" VALUE="+2;point;free;120,360;gray;blue|0|1">
<PARAM NAME="e[8]" VALUE="+3;point;free;180,360;gray;blue|0|1">
<PARAM NAME="e[9]" VALUE="+4;point;free;240,360;gray;blue|0|1">
<PARAM NAME="e[10]" VALUE="+5;point;free;300,360;gray;blue|0|1">
<PARAM NAME="e[11]" VALUE="+6;point;free;360,360;gray;blue|0|1">
<PARAM NAME="e[12]" VALUE="+7;point;free;420,360;gray;blue|0|1">
<PARAM NAME="e[13]" VALUE="+8;point;free;480,360;gray;blue|0|1">
<PARAM NAME="e[14]" VALUE="+9;point;free;540,360;gray;blue|0|1">
<PARAM NAME="e[15]" VALUE="+10;point;free;600,360;gray;blue|0|1">

<PARAM NAME="e[16]" VALUE="S;point;free;120,300;black;red">

<PARAM NAME="e[17]" VALUE="P;point;free;180,300;black;red">
<PARAM NAME="e[18]" VALUE="P';point;similar;S,P,O,+1,K;black;black">

<PARAM NAME="e[19]" VALUE="Q;point;free;210,300;black;red">
<PARAM NAME="e[20]" VALUE="Q';point;similar;S,Q,O,+1,K;black;black">

<PARAM NAME="e[21]" VALUE="R;point;free;180,270;black;red">
<PARAM NAME="e[22]" VALUE="R';point;similar;S,R,O,+1,K;black;black">

<PARAM NAME="e[23]" VALUE="c;line;connect;P,Q;0;0;red">
<PARAM NAME="e[24]" VALUE="d;line;connect;Q,R;0;0;red">
<PARAM NAME="e[25]" VALUE="e;line;connect;R,P;0;0;red">

<PARAM NAME="e[26]" VALUE="f;line;connect;P',Q';0;0;black">
<PARAM NAME="e[27]" VALUE="g;line;connect;Q',R';0;0;black">
<PARAM NAME="e[28]" VALUE="h;line;connect;R',P';0;0;black">

<PARAM NAME="e[29]" VALUE="=put0,PQ=;evaluation;free;90,60;black;red;0;0">
<PARAM NAME="e[30]" VALUE="=put1,P'Q'=;evaluation;free;90,80;black;red;0;0">
<PARAM NAME="e[31]" VALUE="=put2,QR=;evaluation;free;90,130;black;red;0;0">
<PARAM NAME="e[32]" VALUE="=put3,Q'R'=;evaluation;free;90,150;black;red;0;0">
<PARAM NAME="e[33]" VALUE="=put4,RP=;evaluation;free;90,200;black;red;0;0">
<PARAM NAME="e[34]" VALUE="=put5,R'P'=;evaluation;free;90,220;black;red;0;0">
```

```

<PARAM NAME="variable[0]" VALUE="put0.d=dist(P,Q)/15">
<PARAM NAME="variable[1]" VALUE="put1.d=dist(P',Q')/15">
<PARAM NAME="variable[2]" VALUE="put2.d=dist(Q,R)/15">
<PARAM NAME="variable[3]" VALUE="put3.d=dist(Q',R')/15">
<PARAM NAME="variable[4]" VALUE="put4.d=dist(R,P)/15">
<PARAM NAME="variable[5]" VALUE="put5.d=dist(R',P')/15">

<PARAM NAME="e[35]" VALUE="put6,P'Q'/PQ=;evaluation;free;90,100;magenta;red;0;0">
<PARAM NAME="e[36]" VALUE="put7,Q'R'/QR=;evaluation;free;90,170;magenta;red;0;0">
<PARAM NAME="e[37]" VALUE="put8,R'P'/RP=;evaluation;free;90,240;magenta;red;0;0">

<PARAM NAME="variable[6]" VALUE="put6.d=dist(P',Q')/dist(P,Q)">
<PARAM NAME="variable[7]" VALUE="put7.d=dist(Q',R')/dist(Q,R)">
<PARAM NAME="variable[8]" VALUE="put8.d=dist(R',P')/dist(R,P)">

<PARAM NAME="e[38]" VALUE="put9,QPR=;evaluation;free;220,60;gray;red">
<PARAM NAME="e[39]" VALUE="put10,Q'P'R'=;evaluation;free;220,80;gray;red">
<PARAM NAME="e[40]" VALUE="put11,RQP=;evaluation;free;220,110;gray;red">
<PARAM NAME="e[41]" VALUE="put12,R'Q'P=;evaluation;free;220,130;gray;red">
<PARAM NAME="e[42]" VALUE="put13,PRQ=;evaluation;free;220,160;gray;red">
<PARAM NAME="e[43]" VALUE="put14,P'R'Q'=;evaluation;free;220,180;gray;red">

<PARAM NAME="function[0]" VALUE="a(P1,P2,P3)=(acos((((dist(P1,P3))^2-(dist(P1,P2))^2-
(dist(P2,P3))^2)/((-2)*dist(P1,P2)*dist(P2,P3))))/(2*Pi)*360;">

<PARAM NAME="variable[9]" VALUE="put9.d=a(Q,P,R);">
<PARAM NAME="variable[10]" VALUE="put10.d=a(Q',P',R');">
<PARAM NAME="variable[11]" VALUE="put11.d=a(R,Q,P);">
<PARAM NAME="variable[12]" VALUE="put12.d=a(R',Q',P');">
<PARAM NAME="variable[13]" VALUE="put13.d=a(P,R,Q);">
<PARAM NAME="variable[14]" VALUE="put14.d=a(P',R',Q');">

<PARAM NAME="e[44]" VALUE="D;polygon;triangle;P,Q,R;0;0;black;orange">
<PARAM NAME="e[45]" VALUE="D;polygon;triangle;P',Q',R';0;0;black;green">

<PARAM NAME=lang VALUE="deutsch">
</APPLET>

</TD>
</TR>
</TABLE>
</center>
</BODY>
</HTML>

```